Physique des Fluides - ED n°2

PASS - UE 3 - Corrigé

Exercice n°1

On assimile le sang à un fluide incompressible de masse volumique ρ **= 103 kg/m^3** . Le volume de sang expulsé à chaque pulsation par le cœur dans l'aorte est de **V = 72 cm^3**. La fréquence cardiaque vaut **f = 75** pulsations par minute, la section de l'artère aorte thoracique **S_0 = 5 cm²**, et sa longueur **L_0 = 20 cm**.

On considère l'écoulement dans l'aorte comme laminaire et une viscosité du sang η **= 2.10^{-3} Pa.s**.

La pression sanguine à l'entrée de l'aorte est **P0 = 13.10^3 Pa**.

Question n°1 : *Quel est l'intervalle de temps **t** entre deux pulsations ?*

- **A.** ***t = 1 s***
- **B.** ***t = 0,8 s***
- **C.** ***t = 0,7 s***
- **D.** ***t = 1,6 s***
- **E.** ***t = 0,08 s***

La fréquence cardiaque donne le nombre de pulsation par unité de temps, la durée d'une pulsation sera dont l'unité de temps divisée par la fréquence.

Soit : $\boldsymbol{t} = \frac{1}{f}$ *or* $\boldsymbol{f} = \frac{75}{60}$ *d'où* $\boldsymbol{t} = \frac{60}{75} = \mathbf{0,8\ s}$ *(Il y a 60 secondes dans une minute)*

Question n°2 : *Calculer le débit volumique sanguin moyen **Q**.*

- **A.** ***Q = 90 cm^3.s^{-1}***
- **B.** ***Q = 90.10^{-3} m^3.s^{-1}***
- **C.** ***Q = 3,24 m^3/h***
- **D.** ***Q = 90.10^{-6} m^3.s^{-1}***
- **E.** ***Q = 5,4 l/mn***

Le débit est un volume écoulé par unité de temps.
Soit : $\boldsymbol{Q} = \frac{V}{t}$

Application numérique :

$$Q = \frac{72.10^{-6}}{0,8} = 90.10^{-6}\ m^3/s$$

$$Q = 90.10^{-6} \times 60 \times 60 = 0,324\ m^3/h$$

$$Q = 90.10^{-6} \times 10^3 \times 60 = 5,4\ l/mn$$

Question n°3 : *En déduire la vitesse moyenne v_0 du sang dans l'aorte.*

A. $v_0 = 9\ cm.s^{-1}$

B. $v_0 = 90.10^{-2}\ m.s^{-1}$

C. $v_0 = 18\ cm/h$

D. $v_0 = 18.10^{-2}\ m.s^{-1}$

E. $v_0 = 9\ m/mn$

Le débit en un point défini est aussi donné par la vitesse d'écoulement du fluide multiplié par la section d'écoulement au point défini.

Soit : $\boldsymbol{Q = v.s}$

On en déduite la vitesse : $\boldsymbol{v = \frac{Q}{s}}$

Application numérique : $\boldsymbol{v = \frac{90.10^{-6}}{5.10^{-4}} = 18.10^{-2}\ m/s}$

Question n°4 : *En considérant un volume sanguin chez l'homme de **5,4** litres au total, au bout de combien de temps **T** tout le sang est-il passé par le cœur ?*

A. $T = 120\ s$
B. $T = 1,5\ mn$
C. $T = 1\ mn$
D. $T = 0,5\ h$
E. $T = 0,25\ h$

Le débit $\boldsymbol{Q = \frac{V}{T} \Rightarrow T = \frac{V}{Q}}$

Application numérique : $\boldsymbol{T = \frac{5{,}4.10^{-3}}{90.10^{-6}} = 60\ s}$

Question n°5 : *On définit la résistance R à l'écoulement par la relation* $\boldsymbol{R = \frac{\Delta P}{Q}}$*, avec **ΔP** la perte de charge et **Q** le débit. Déterminez la résistance à l'écoulement $\mathbf{R_0}$ de l'Aorte.*

A. $R_0 = 120.10^3\ Pa.s.m^{-3}$
B. $R_0 = 120.10^3\ \Omega$
C. $R_0 = 40.10^3\ Pa.s.m^{-3}$
D. $R_0 = 40.10^3\ \Omega$
E. $R_0 = 20.10^3\ \Omega$

L'écoulement étant défini comme laminaire et la viscosité étant donnée dans l'énoncé, on en déduit que l'on se place dans le contexte de la mécanique des fluides réels. Le débit et la variation de pression (ou perte de charge) sont donc liés par la relation de Poiseuille.

Soit : $\boldsymbol{Q} = \frac{\pi\, \Delta P\, r^4}{8\, \eta\, l}$

On en déduit : $\boldsymbol{R} = \frac{8\, \eta\, l}{\pi\, r^4}$

Par ailleurs : $\boldsymbol{s = \pi r^2 \Rightarrow r^4} = \left(\frac{s}{\pi}\right)^2$

On a donc : $\boldsymbol{R} = \frac{8\, \eta\, l\pi}{s^2}$

Application numérique : $\boldsymbol{R} = \frac{8\times 2.10^{-3}\times 20.10^{-2}\times \pi}{(5.10^{-4})^2} = \boldsymbol{40.10^3\ Pa.s.m^{-3}}$

(le symbole Ω représente l'unité de résistance en électricité)

Question n°6 : *On considère pour la suite de l'exercice le sang durant son parcours de l'aorte comme un fluide parfait. Déterminez la pression **P₁** à la fin de l'aorte thoracique, le sujet étant debout.*

- **A.** ***P_1 = 150.10³ Pa***
- **B.** ***P_1 = 2.10³ Pa***
- **C.** ***P_1 = 1,5.10³ Pa***
- **D.** ***P_1 = 15.10³ Pa***
- **E.** ***P_1 = 20.10³ Pa***

La pression dans un fluide en un point défini est donnée par la pression s'exerçant au-dessus de ce fluide plus la pression due à la hauteur de fluide au-dessus du point défini.

Soit : $\boldsymbol{P_1 = P_0 + \rho g h}$, $\boldsymbol{P_0}$ *étant la pression à l'entrée de l'aorte et* $\boldsymbol{h}$ *la hauteur de sang entre l'entrée et la fin de l'aorte.*

Application numérique : $\boldsymbol{P_1} = 13.10^3 + (10^3 \times 10 \times 20.10^{-2}) = \boldsymbol{15.10^3\ Pa}$

Question n°7 : *L'aorte présente une sténose (rétrécissement) réduisant sa section à **3 cm²**. Déterminez la vitesse moyenne v_s du sang au niveau de la sténose.*

- **A.** ***v_s = 30 cm.s⁻¹***
- **B.** ***v_s = 30.10⁻³ m.s⁻¹***
- **C.** ***v_s = 60 cm/h***
- **D.** ***v_s = 60.10⁻² m.s⁻¹***
- **E.** ***v_s = 3 m/mn***

Le débit en un point défini est aussi donné par la vitesse d'écoulement du fluide multiplié par la section d'écoulement au point défini. Par ailleurs, on a conservation du débit en tout point de l'écoulement d'un fluide. Le débit dans la partie sténosée de l'aorte est donc le même que dans les parties saines.

Soit : $\boldsymbol{Q = v.s = v_s.s_s}$

D'où : $\boldsymbol{v_s = \frac{v.s}{s_s}}$

Application numérique : $\boldsymbol{v_s = \frac{18.10^{-2} \times 5.10^{-4}}{3.10^{-4}} = 30.10^{-2}\ m/s}$

Question n°8 : *En aval de la sténose se trouve un anévrisme (dilatation) de section* $\boldsymbol{s_2}$ ***= 25 cm²****. Déterminer la variation de pression* $\boldsymbol{\Delta P}$ *du sang au niveau de l'anévrisme.* (On néglige la distance entre le début de l'aorte et la position de l'anévrisme)

- **A.** ***ΔP = 15,5.10³ Pa***
- **B.** ***ΔP = 31.10³ Pa***
- **C.** ***ΔP = 155 Pa***
- **D.** ***ΔP = 310 Pa***
- **E.** ***ΔP = 15,5 Pa***

Le sang étant considéré comme un fluide parfait dans cette partie de l'exercice, on accède à la pression par la relation de Bernoulli entre deux points ***A*** *et* ***B*** *:*

Soit : $\boldsymbol{P_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \rho g z_a = P_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 + \rho g z_b}$

La distance entre le début de l'aorte et l'anévrisme étant négligée, on considère $\boldsymbol{z_a = z_b}$

On en déduit : $\boldsymbol{\Delta P = P_b - P_a = \frac{1}{2}\rho\left(v_a^2 - v_b^2\right)}$

Le débit étant constant, on a $\boldsymbol{Q = s_a v_a = s_b v_b \Rightarrow v_b = \frac{s_a}{s_b} v_a}$

D'où : $\boldsymbol{\Delta P = \frac{1}{2}\rho\left(v_a^2 - \left(\frac{s_a}{s_b} v_a\right)^2\right) = \frac{1}{2}\rho v_a^2\left(1 - \left(\frac{s_a}{s_b}\right)^2\right)}$

Application numérique : $\boldsymbol{\Delta P = \frac{1}{2} 10^3 (18.10^{-2})^2 \left(1 - \left(\frac{5.10^{-4}}{25.10^{-4}}\right)^2\right) = 15,55\ Pa}$

Exercice n°2

On considère un tube de section **S = 5 cm²** contenant de l'eau. On crée dans ce tube une émulsion en ajoutant un volume **V** d'huile.
Le coefficient de tension interfaciale eau-huile est γ_{he} **= 20 mJ/m²**.

La réalisation de l'émulsion a nécessité **1,5 J**.
Le rayon d'une goutte d'huile est **r = 0,3 µm**.

Question n°1 : *Déterminer l'augmentation de la surface d'interface eau-huile* ***ΔS*** *une fois l'émulsion réalisée.*

- **A.** ***ΔS = 75 cm²***
- **B.** ***ΔS = 7,5 cm²***
- **C.** ***ΔS = 75 m²***
- **D.** ***ΔS = 7,5 m²***
- **E.** ***ΔS = 75 mm²***

L'énergie d'une surface séparant deux milieux est donnée par la relation $\boldsymbol{E_S} = \boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{S}$ *avec* $\boldsymbol{\gamma}$ *la tension de surface et* $\boldsymbol{S}$ *la surface considérée.*

Réaliser une émulsion consiste à créer de la surface ($\Delta\boldsymbol{S}$*) entre deux milieux en fournissant de l'énergie (*$\Delta\boldsymbol{w}$*) pour disperser l'un dans l'autre.*

On a donc : $\Delta\boldsymbol{w} = \boldsymbol{\gamma_{he}}.\Delta\boldsymbol{S}$

On en déduit $\Delta\boldsymbol{S} = \frac{\Delta\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{\gamma_{he}}}$

Application numérique : $\Delta\boldsymbol{S} = \frac{\mathbf{1{,}5}}{\mathbf{20.10^{-3}}} = \mathbf{75}\ \boldsymbol{m}^2$

Question n°2 : *Déterminer le volume* ***V*** *d'huile ayant été ajouté.*

- **A.** ***V = 75 cm³***
- **B.** ***V = 7,5 cm³***
- **C.** ***V = 75 mm³***
- **D.** ***V = 7,5 mm³***
- **E.** ***V = 75 ml***

Le volume d'huile dispersée est égal au nombre final de gouttes d'huile dispersées que multiplie le volume d'une goutte.

Soit : $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{V_G} = \boldsymbol{n} \times \frac{4}{3}\boldsymbol{\pi r^3}$

La surface finale d'interface entre l'huile et l'eau est égale à la surface d'une goutte d'huile multipliée par le nombre final de gouttes.

Soit : $\boldsymbol{S_f} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{S_G} = \boldsymbol{n} \times \mathbf{4}\boldsymbol{\pi r^2}$ *dont on déduit :* $\boldsymbol{r^2} = \frac{\boldsymbol{S_f}}{\boldsymbol{n} \times \mathbf{4}\boldsymbol{\pi}}$

Il en résulte : $\boldsymbol{V} = \frac{\boldsymbol{S_f}}{\mathbf{3}}.\boldsymbol{r}$

La surface d'interface initiale (la section du tube) est négligeable au regard de la surface d'interface finale, on a donc : $\boldsymbol{S_f \cong \Delta S}$

D'où : $\boldsymbol{V = \frac{\Delta S}{3} . r}$

Application numérique : $\boldsymbol{V = \frac{75}{3} \times 0,3.10^{-6} = 7,5.10^{-6}}$

Question n°3 : *Déterminer la surpression* Δ***P*** *à l'intérieur des gouttes d'huile.*

- **A.** ***ΔP = 1,33.10⁵ Pa***
- **B.** ***ΔP = 1,33 Pa***
- **C.** ***ΔP = 2,66.10⁵ Pa***
- **D.** ***ΔP = 2,66 Pa***
- **E.** ***ΔP = 0,66.10⁵ Pa***

La différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur d'une goute sphérique est donnée par la relation : $\boldsymbol{\Delta P = \frac{2\gamma}{r}}$

Application numérique : $\boldsymbol{\Delta P = \frac{2 \times 20.10^{-3}}{0,3.10^{-6}} = 1,33.10^{5}\ Pa}$

Exercice n°3 (Concours 2018)

Durant la seconde Guerre Mondiale, des blocs creux de béton flottants ont été utilisés pour la construction d'installations portuaires. Pour leur transport par remorquage, ils étaient immergés aux ***3/4***.

Soit un bloc de béton en forme de parallélépipède de dimensions suivantes, hauteur ***h = 10 m***, largeur ***l = 10 m*** et longueur ***L = 80 m***.

On considère la viscosité de l'eau η ***= 10^{-3} Pa.s*** et la pression atmosphérique ***P_{atm} = 10^{5} Pa***.

On donne $\frac{\pi}{128} \simeq 25.10^{-3}$

Question n°1 : *Sachant que la densité du béton est **d = 2**, quel doit être le volume **V_c** du creux intérieur du bloc pour en assurer la flottabilité. (Coefficient 3)*

- **A.** ***V_c = 2000***
- **B.** ***V_c = 2500 m^3***
- **C.** ***V_c = 3000 m^3***
- **D.** ***V_c = 5000 m^3***
- **E.** ***V_c = 8000 m^3***

La poussée d'Archimède $\boldsymbol{\Pi}$ *est la force exercée par un liquide sur un objet plongé dans ce liquide. Elle est égale au poids du volume de liquide déplacé par l'objet et de sens contraire au poids.*

L'objet flottant à la surface du liquide, on a la relation : $\boldsymbol{\Pi = P}$*, avec* $\boldsymbol{P}$ *le poids de l'objet flottant.*

Le bloc de béton flottant étant immergé au ¾, on a donc la relation : $\boldsymbol{\Pi = \frac{3}{4}.h.l.L.\rho_e.g}$

Le poids du bloc de béton est : $\boldsymbol{P = m_b.g = V_b.\rho_b.g = (V_p - V_c).\rho_b.g}$

On en déduit : $\boldsymbol{(V_p - V_c).\rho_b.g = \frac{3}{4}.h.l.L.\rho_e.g}$

D'où : $\boldsymbol{(V_p - V_c) = \frac{3}{4}.h.l.L.\frac{\rho_e}{\rho_b}}$

D'où : $\boldsymbol{V_c = V_p - \frac{3}{4}.\frac{h.l.L}{d_b} = h.l.L - \frac{3}{4}.\frac{h.l.L}{d_b} = h.l.L.\left(1 - \frac{3}{4d_b}\right)}$

Application numérique : $\boldsymbol{V_c = 10 \times 10 \times 80 \times \left(1 - \frac{3}{4\times2}\right) = \frac{8000\times5}{8} = 5000\ m^3}$

<u>Question n°2</u> : *Pour couler les blocs de béton afin de construire les installations portuaires, 4 trous circulaires de diamètre* ***D = 10 cm*** *ont été percés sur les faces inférieures (immergées) et supérieures (émergées) du bloc. On considère que l'épaisseur des parois est* ***e = 1 m****. Déterminez le débit* $\boldsymbol{Q_G}$ *de remplissage du creux (on néglige la descente du bloc). (Coefficient 3)*

- **A.** $\boldsymbol{Q_G \simeq 550\ m^3/s}$
- **B.** $\boldsymbol{Q_G \simeq 600\ m^3/s}$
- **C.** $\boldsymbol{Q_G \simeq 650\ m^3/s}$
- **D.** $\boldsymbol{Q_G \simeq 700\ m^3/s}$
- **E.** $\boldsymbol{Q_G \simeq 750\ m^3/s}$

Le remplissage se faisant par quatre trous, le débit global de remplissage sera quatre fois le débit de remplissage par un trou.

La viscosité de l'eau étant donné, on se place dans le cadre de la mécanique des fluides réels. Le débit pour un trou est donc donné par la relation de Poiseuille.

Soit : $\boldsymbol{Q = \frac{\pi.\Delta P.d^4}{128.\eta.l}}$ *avec* $\boldsymbol{d = D}$ *et* $\boldsymbol{l = e}$

Par ailleurs, en négligeant la descente du bloc on considère la profondeur de la face inférieure du bloc comme constance.

D'après les relation d'hydrostatique on aura donc :

$$\boldsymbol{\Delta P = P - P_{atm} = \left(P_{atm} + \frac{3}{4}.h.\rho_e.g\right) - P_{atm} = \frac{3}{4}.h.\rho_e.g}$$

D'où le débit pour un trou : $\boldsymbol{Q = \frac{\pi.3.h.\rho_e.g.D^4}{4\times128.\eta.e}}$

Et le débit pour quatre trous : $\boldsymbol{Q_G = 4 \times Q = 4 \times \frac{\pi.3.h.\rho_e.g.D^4}{4\times128.\eta.e} = \frac{\pi.3.h.\rho_e.g.D^4}{128.\eta.e}}$

Application numérique : $\boldsymbol{Q_G} = \frac{\pi.3.10.10^3.10.10^{-4}}{128.10^{-3}.1} \simeq \mathbf{25 \times 30 = 750}\ \boldsymbol{m^3/s}$

Question n°3 : *Déterminer le temps* **t** *nécessaire pour couler un bloc. (Coefficient 1)*

- **A. t ≃ 4,3 s**
- **B. t ≃ 5,5 s**
- **C. t ≃ 6,7 s**
- **D. t ≃ 4 mn 20 s**
- **E. t ≃ 5 mn 30 s**

Le temps pour couler un bloc est le temps nécessaire pour remplir le volume creux d'un bloc.

Débit, volume et temps sont liés par la relation $\boldsymbol{Q_G} = \frac{V_c}{t}$

On en déduit le temps de remplissage : $\boldsymbol{t} = \frac{V_c}{Q_G}$

Application numérique : $\boldsymbol{t} = \frac{5000}{750} \simeq \mathbf{6,7}\ \boldsymbol{s}$